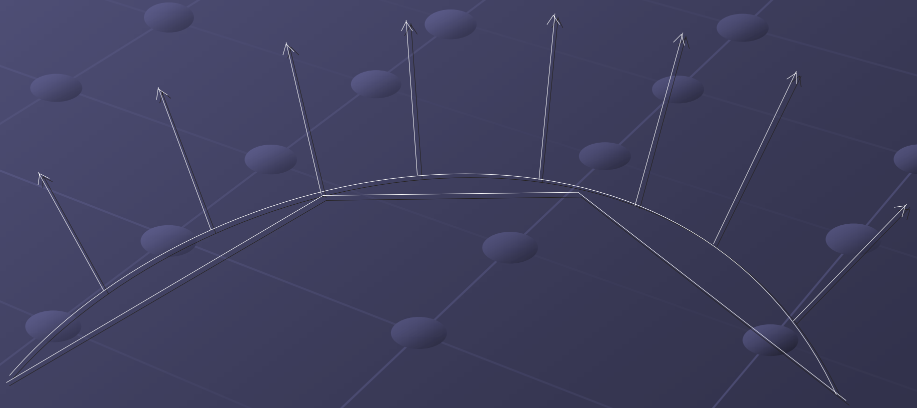
Normály ve vrcholech trojúhelníkových sítí

APG case study

L. Váša

Specifikace problému

- Ve velkém množství aplikací se pro reprezentaci 3D modelů používají trojúhelníkové sítě
- Pro jejich zobrazení je třeba určit normály v jejich vrcholech
- Samotné sítě ve vrcholech nemají gradient ani normálu – mají nespojitou první derivaci!
- Určujeme tedy normálu k objektu, jenž je sítí reprezentován – většinou ho však neznáme přesně



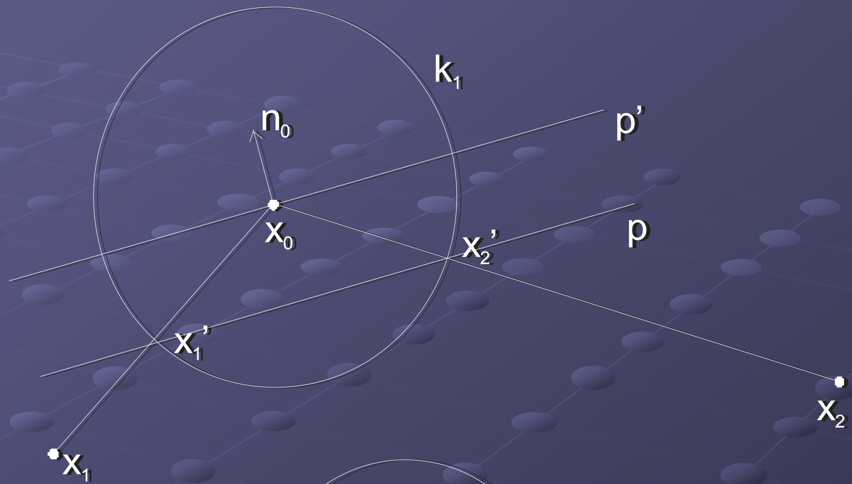
- Normálu tedy musíme nějakou metodou aproximovat

Možné metody výpočtu normál

- Metoda aproximace tečné nadroviny
- Metoda součtu normál trojúhelníků (Gouraud)
- Metoda váženého součtu…(Thurmer)
- Metoda odhadu aproximované plochy (Max)
- Metoda vrcholového úhlu
- …další metody

Metoda aproximace tečné nadroviny

- Určíme množinu bodů takových, že jsou na hraně vycházející z bodu x_0 a mají od bodu x_0 stejnou vzdálenost
- V E2 použijeme kružnici, v E3 kulovou plochu



- V E2 je tečná nadrovina (přímka) určena přesně – najdeme dva body, proložíme
- V E3 získáme množinu bodů – nutno použít regresi – lineární/nelineární

- Idea: k bodům je možno také přistoupit jako k neplanárnímu polygonu a použít Newellovu metodu určení normály – bude vysvětleno dále

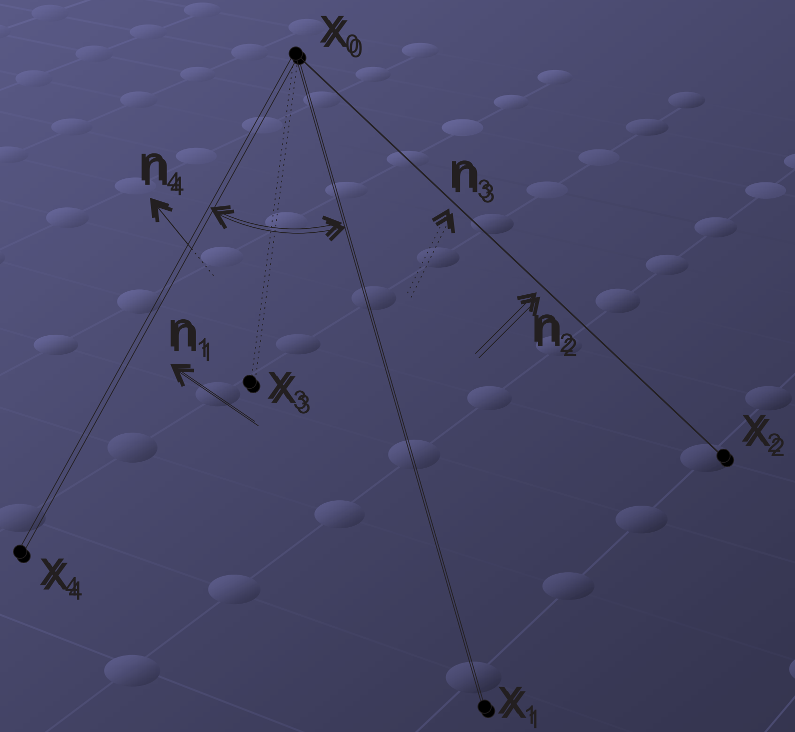
Metoda součtu normál přilehlých trojúhelníků

- Prvně zavedl Gouraud pro hladné stínování (bývá označována jako Gouraudova metoda)
- Normála se určí jako průměr normál k trojúhelníkům přilehlým vrcholu
- Poměrně často používaná metoda

$$n_0 = \frac{\sum_{i=1}^{m} n_i}{m}$$

- Nebo normalizovaně:

$$n_0 = \frac{\sum n_i}{\left|\sum n_i\right|}$$



Odbočka: jak určit normálu k trojúhelníku?

- Vektorový součin (cross product):

$$n_2 = (x_1 - x_0) \times (x_2 - x_0)$$

  - Standardní postup
  - Může být numericky nestabilní – pokud jsou hrany téměř rovnoběžné, pak normála vychází velmi malá – snadno je pak ovlivněna zaokrouhlovacími chybami

- Newellova metoda

$$n_x = \sum_{i=0}^{N-1} (x_{iy} - x_{next(i)y})(x_{iz} + x_{next(i)z})$$

$$n_y = \sum_{i=0}^{N-1} (x_{iz} - x_{next(i)z})(x_{ix} + x_{next(i)x})$$

$$n_z = \sum_{i=0}^{N-1} (x_{ix} - x_{next(i)x})(x_{iy} + x_{next(i)y})$$

  - Funguje pro obecný neplanární polygon
  - Měla by být numericky stabilní
  - Dala by se použít v metodě tečné nadroviny
  - Je však výpočetně náročnější (ale zachovává řád složitosti)

Metoda váženého součtu

- Vychází z toho, že normály k trojúhelníkům (ramenům) nemusejí mít stejný vliv na normálu ve vrcholu
- Zavádí vážený součet normál:

$$n_0 = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} w_i n_i}{\left|\sum_{i=0}^{N-1} w_i n_i\right|}$$

- Gouraudovu metodu lze zavést jako vážený součet s w_i=1

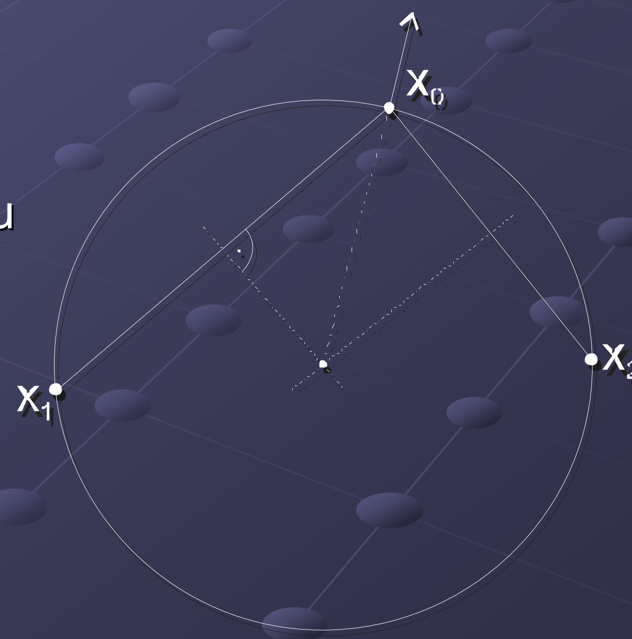
- Možnosti jak určit váhu:
- Velikost vnitřního úhlu přilehlého trojúhelníka (Thurmer)
  - pro nepravidelné sítě dává lepší výsledky než Gouraud
- Obsah přilehlého trojúhelníka
  - testy povedené autory [3] ukazují, že obvykle vychází hůř než Gouraud

- Idea: obsah trojúhelníka přiřazuje větší důležitost větší ploše. Zavedení větší důležitosti pro menší plochu by mohlo být další možností určení váhy (paralela s metodou N. Maxe)

Metoda Nelsona Maxe

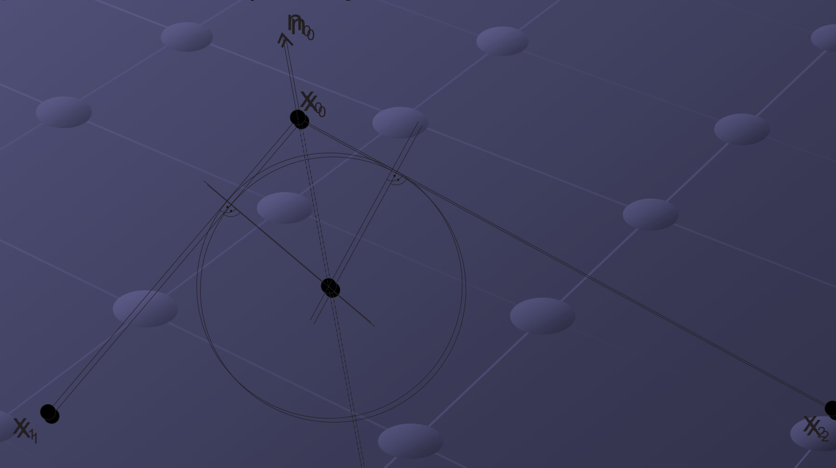
- Pro E2:
  - Můžeme odhadnout původní povrch (křivku) jako kružnici, kterou nám 3 body určují
  - Normálu potom určíme jako normálu k této kružnici
  - Normála kratšího ramena má větší vliv na normálu ve vrcholu
  - Někdy se E2 případ označuje jako metoda kružnice opsané

- Pro E3:
  - Max zavedl novou váhovou funkci použitelnou pro metodu váženého součtu normál



Metoda vrcholového úhlu

- Metoda vychází z toho, že směr normály může být určen osou vrcholového úhlu minimálního trojúhelníka/kužele do něhož se vejdou všechna ramena/hrany
- Problém se singularitami (body v jedné přímce/rovině)
- Metoda kružnice vepsané
- V E3:
  - problém s určením takového minimálního kužele (lze řešit)
  - minimální kužel je určen jen třemi hranami – ostatní se vůbec nepodílejí
  - možno zavést kužel s eliptickou základnou, od níž by body (získané stejně jako v první metodě) měly minimální vzdálenost



Další metody

- Existuje množství dalších metod, většina však potřebuje další informace o datech, např.
  - Pro volumetrická data je možno určit (aproximovat) jejich gradient a ten prohlásit za normálu izoplochy
  - Je možno určit (aproximovat) parciální derivace, jejichž vektorový součin pak má směr normály
  - …

Metody testování

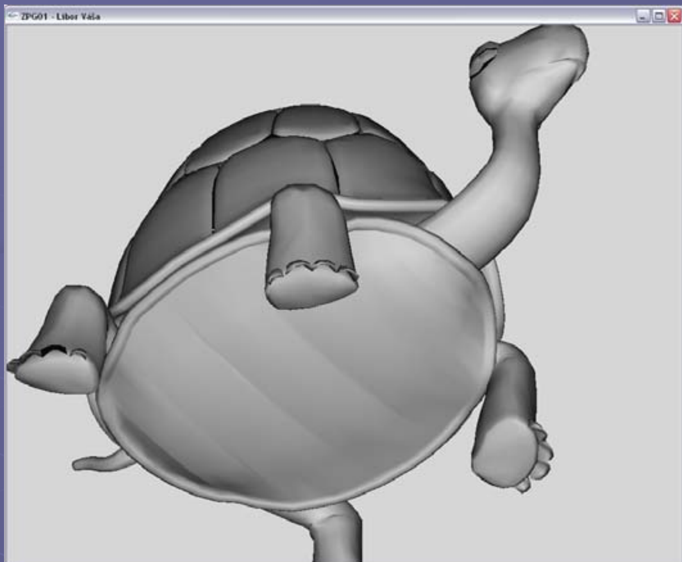
- Testy přesnosti
  - Testována bude průměrná a maximální úhlová odchylka od přesného směru normály
  - Testování proběhne proti syntetickým objektům:
    - plocha $z = f(x,y)$
    - elipsoid
  - Odchylka bude testována v závislosti na:
    - povaze vzorkovací sítě (hustota, pravidelnost)
    - charakteru objektu („rozvlněnost“ plochy, excentricita elipsoidu)
- Testy numerické stability
  - Bude testována odchylka výstupních dat v závislosti na náhodné chybě zavedené do dat vstupních
  - U odchylky bude sledována
    - průměrná odchylka
    - průměrná velikost odchylky (není totéž!)
    - maximální velikost odchylky
- Testy rychlosti
  - Zřejmě nebude nutné víc než standardní testování na referenčním stroji

Implementace

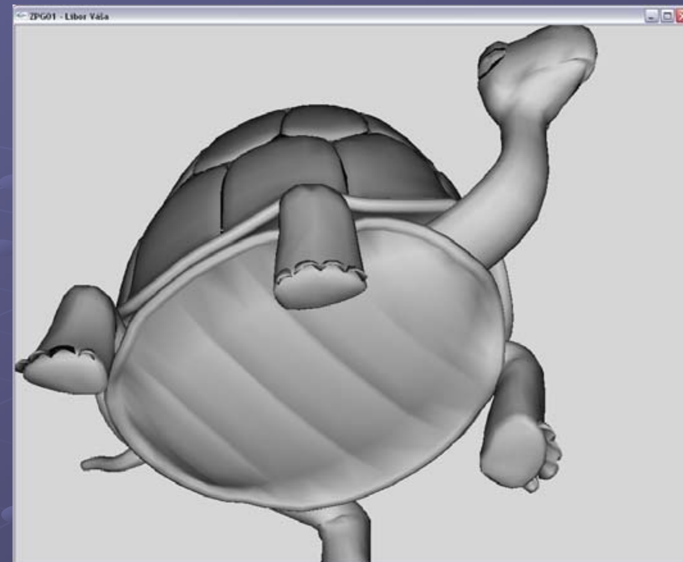
- Implementace byla provedena rozšířením rendereru realizovaného pro ZPG
- Všechny metody jsou implementovány v jediné jednotce Object Pascalu
- Implementovány byly následující metody:
  - Gouraud
  - Normalized Gouraud
  - Thurmer
  - Area Weighted
  - Inverse Area Weighted
  - Minimal Squares
  - Minimal Squares z=0

Testování - intuitivní

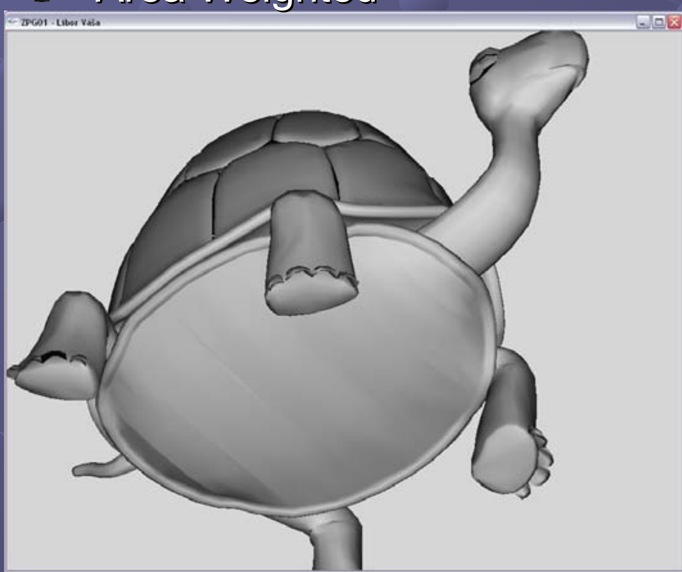
- Gouraud



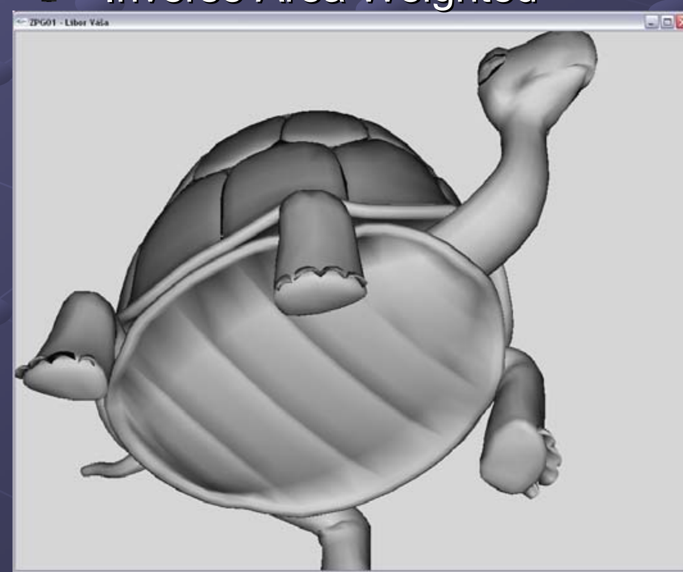
- Normalizovaný Gouraud



- Area Weighted

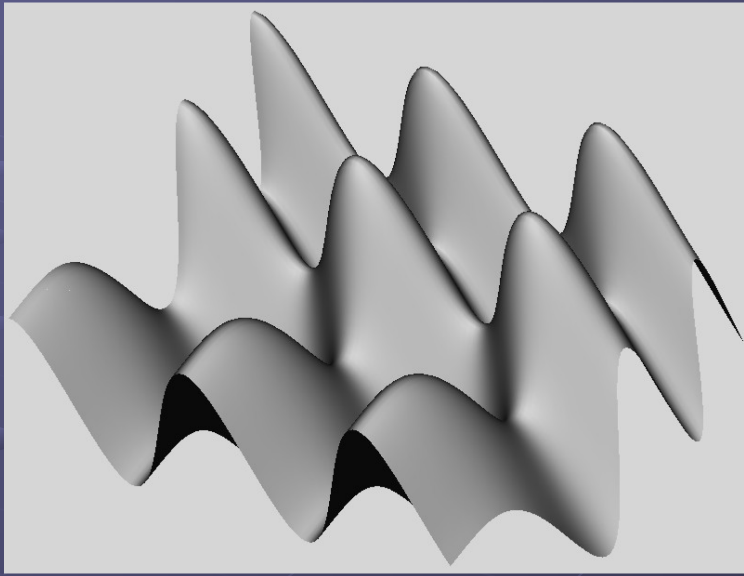


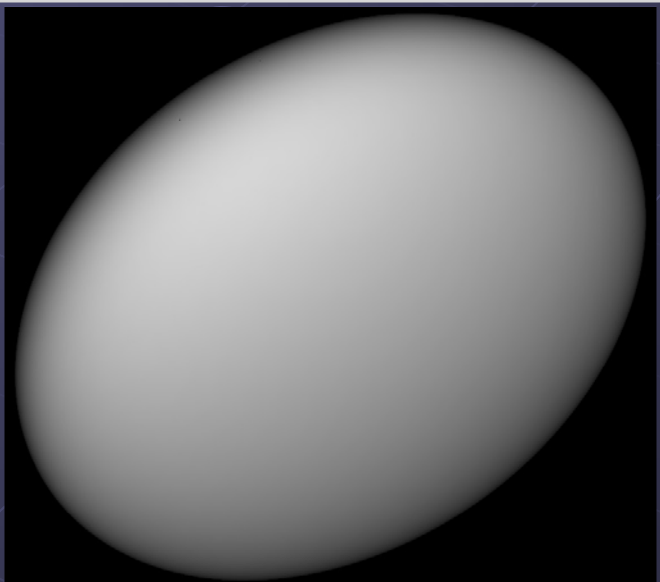
- Inverse Area Weighted

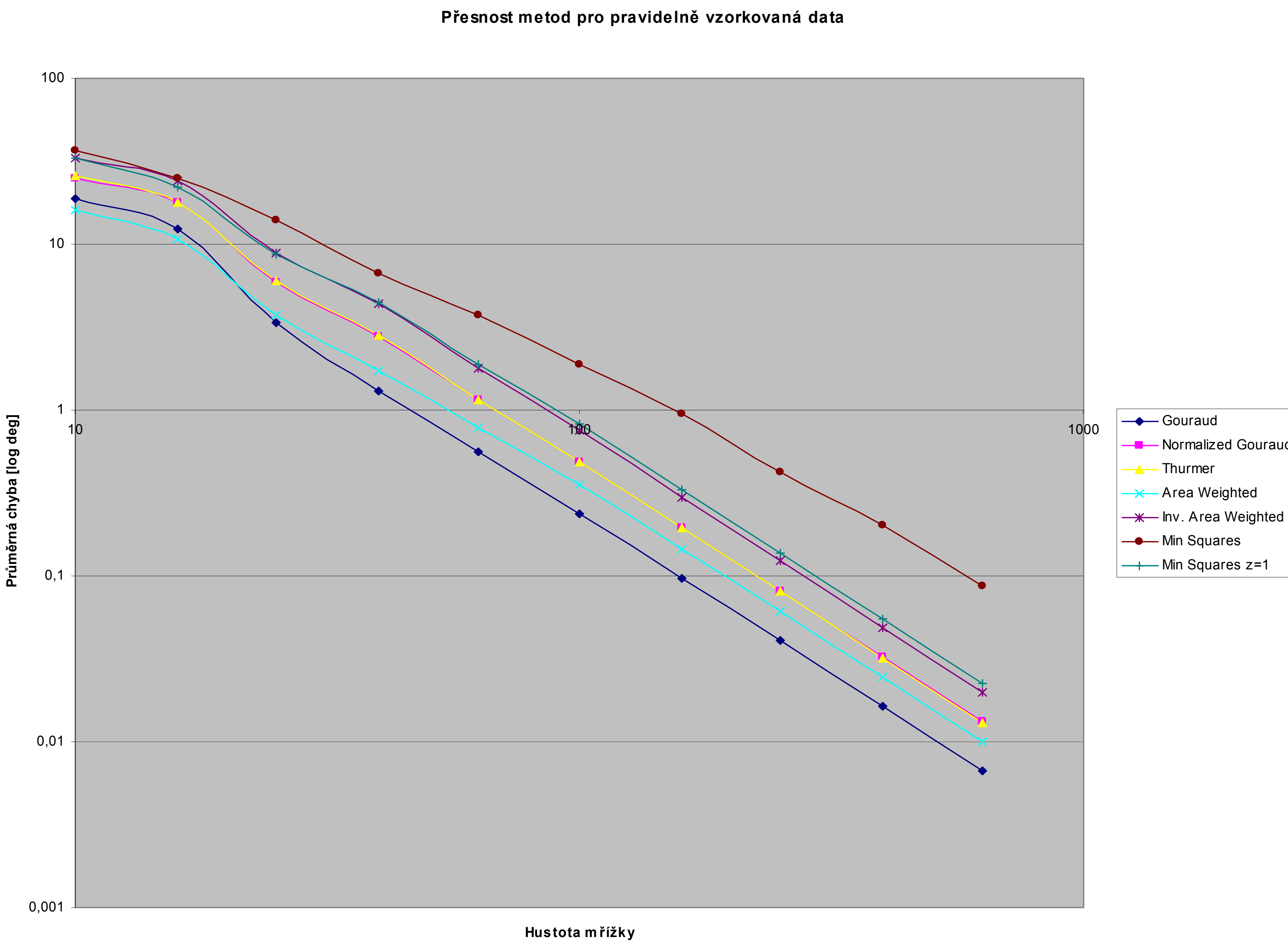


Testovací data

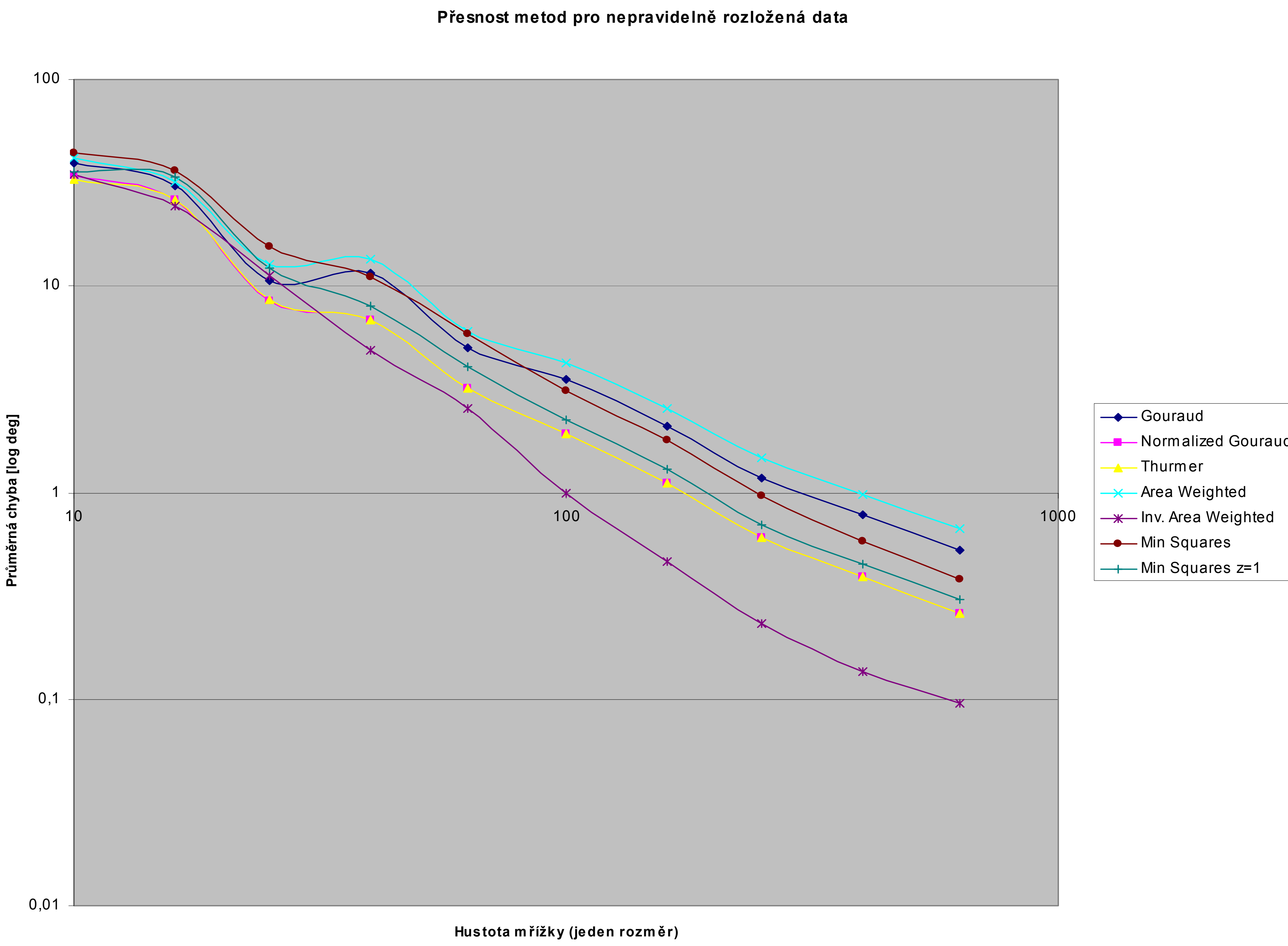
- Použity dva objekty:
  - Plocha $z=0.2\cos(15x)+0.2\cos(15y^2)$
  - Elipsoidy různé excentricity (použita standardní parametrizace)
- Byly použity vzorkovací mřížky od 10x10 po 630x630, tj. objekty od 100 do 396900 vrcholů
- Vzorkování bylo provedeno buď pravidelné nebo nepravidelné
- Pro všechny testovací objekty bylo prováděno porovnávání s přesnými hodnotami normál



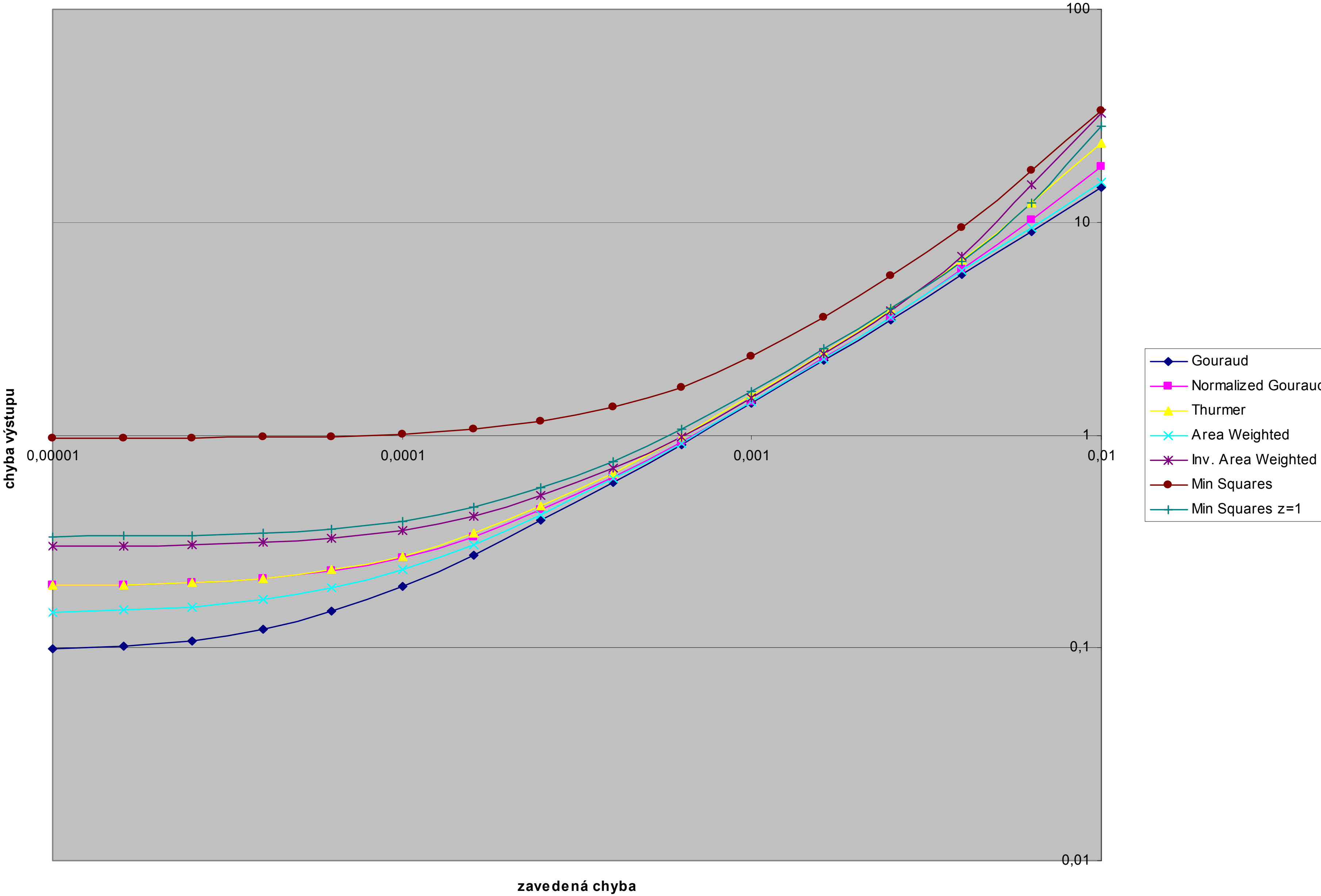


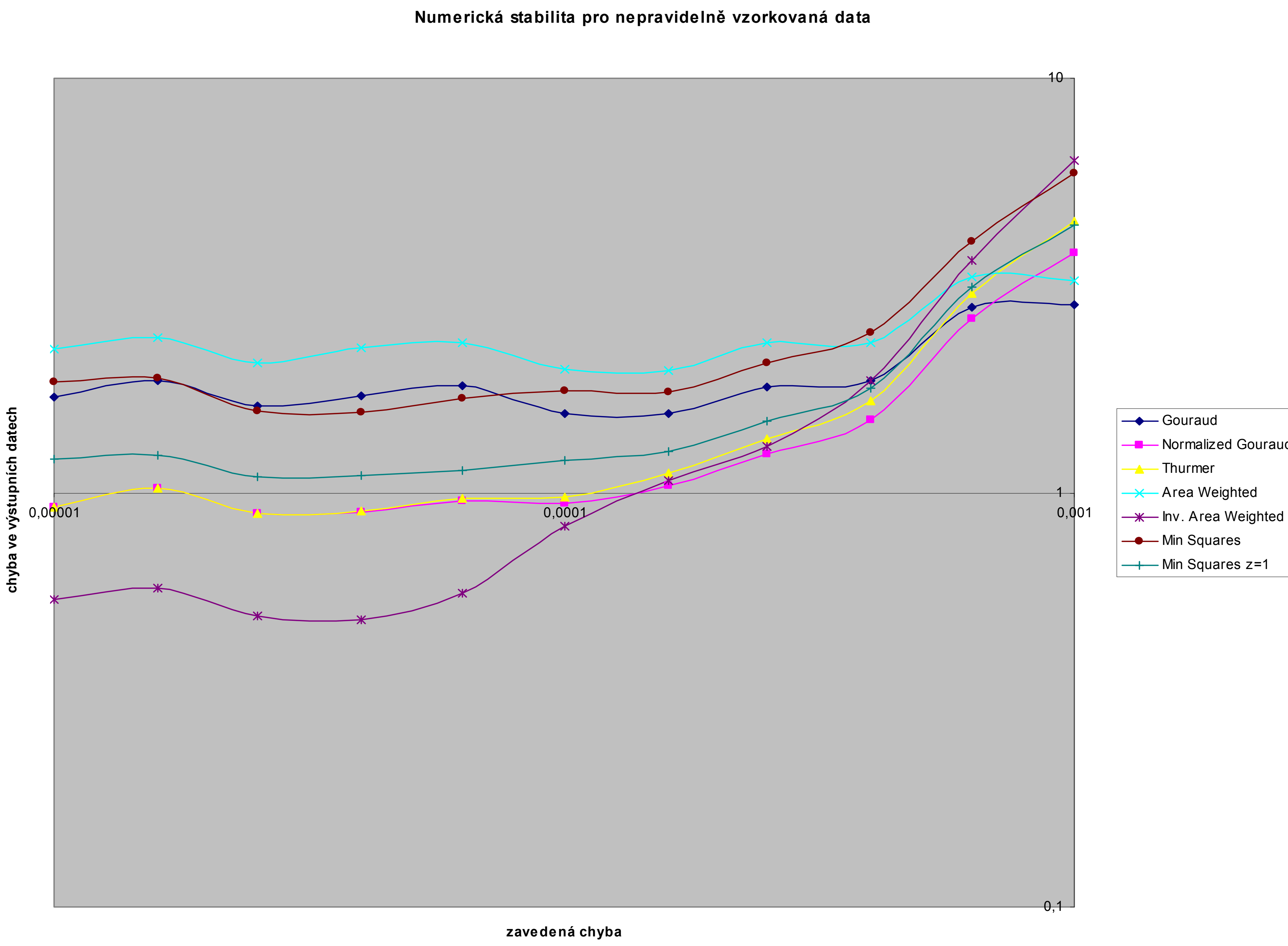


Přesnost metod pro pravidelně vzorkovaná data
100
10
1
0,1
0,01
0,001
10
100
1000
Průměrná chyba [log deg]
Hustota mřížky
Gouraud
Normalized Gouraud
Thurmer
Area Weighted
Inv. Area Weighted
Min Squares
Min Squares z=1


Přesnost metod pro nepravidelně rozložená data
100
10
1
0,1
0,01
10
100
1000
Průměrná chyba [log deg]
Hustota mřížky (jeden rozměr)
Gouraud
Normalized Gouraud
Thurmer
Area Weighted
Inv. Area Weighted
Min Squares
Min Squares z=1

Numerická stabilita pro pravidlně vzorkovaná data




Numerická stabilita pro nepravidelně vzorkovaná data
10
1
0,1
0,00001
0,0001
0,001
chyba ve výstupních datech
zavedená chyba
Gouraud
Normalized Gouraud
Thurmer
Area Weighted
Inv. Area Weighted
Min Squares
Min Squares z=1

Vizuální porovnání metod pro nepravidelně vzorkovaná data

letody:

ouraud, Gouraud normalizovaný,
v. Area Weighted, přesné normály

Odchylky jasu:

Gouraud:

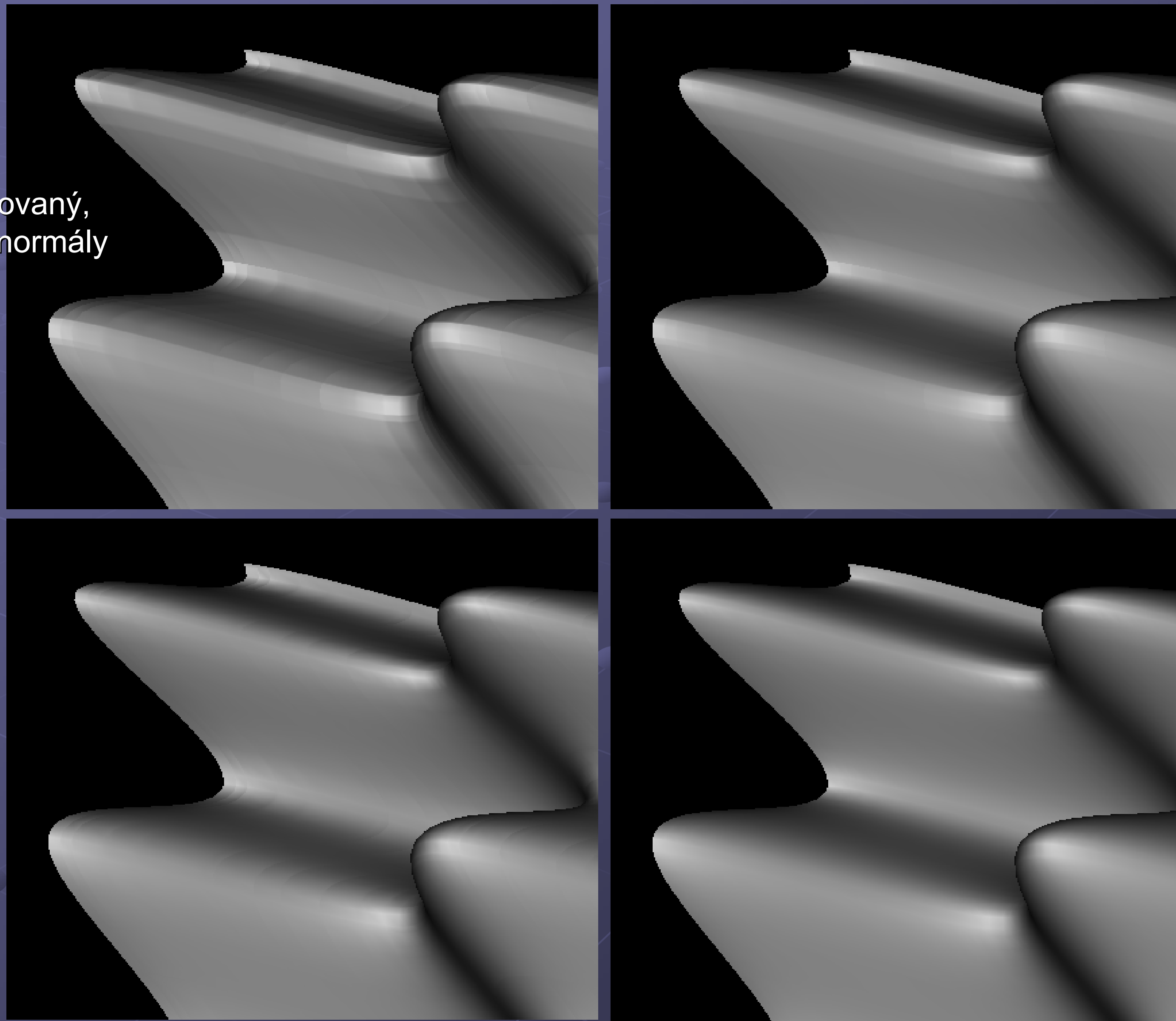
1,268

Gouraud norm.:

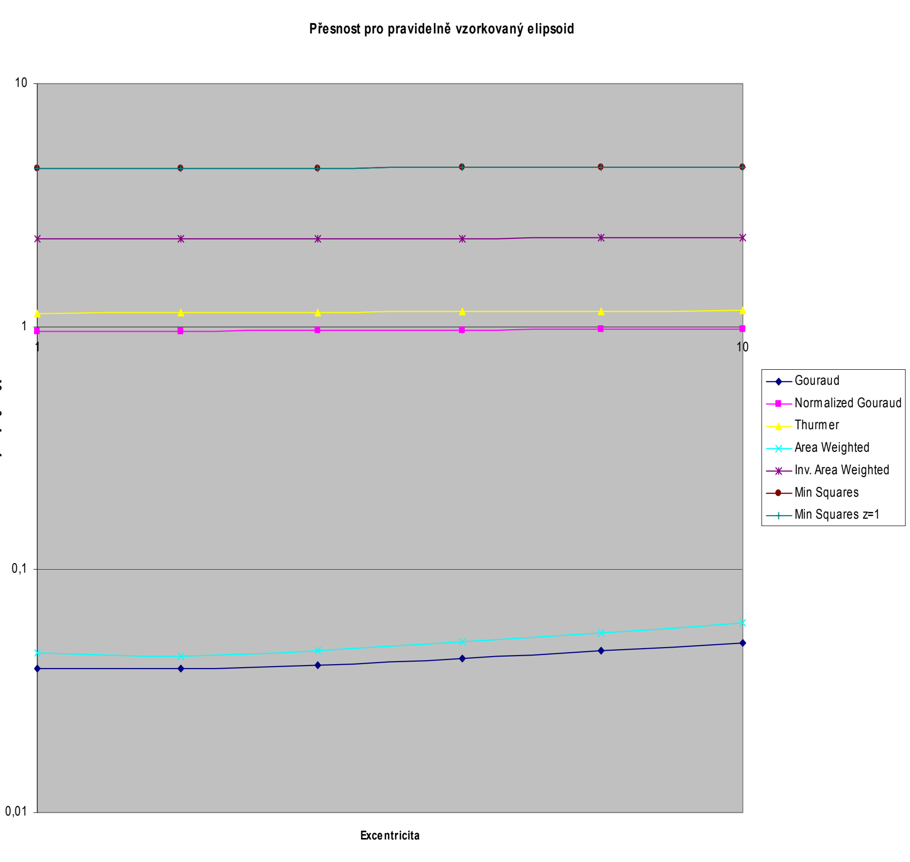
0,713

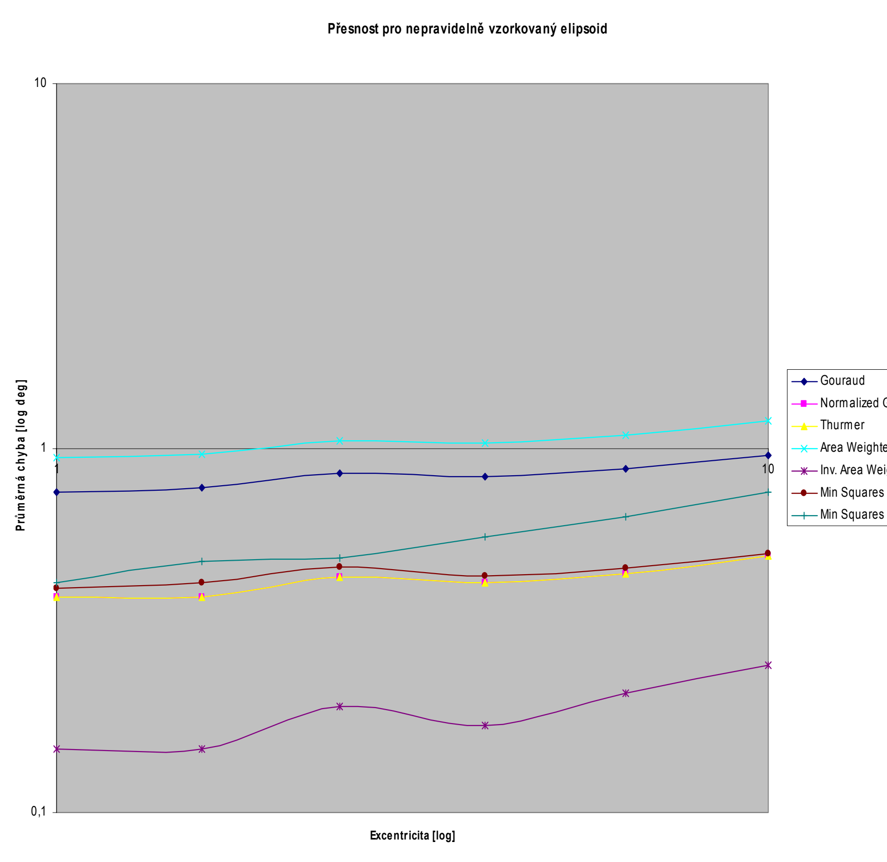
nv. Area Weighted:

0,458



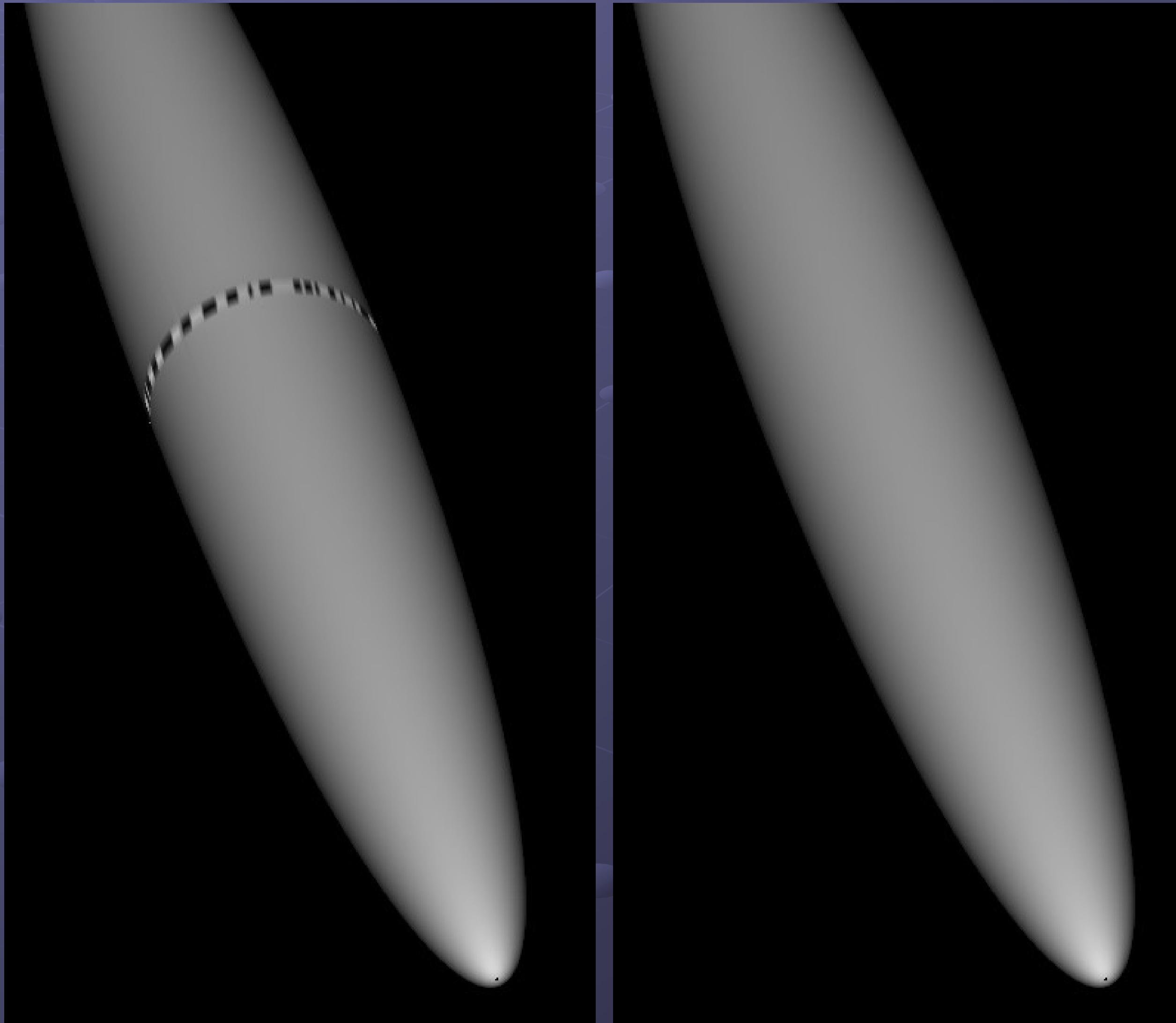
Testování na elipsoidu





Metody nejmenších čtverců

- Metoda nejmenších čtverců pro z=1 vytváří v některých datech artefakt



Závěry, témata pro rozpracování

- Všechny implementace jsou funkční, tj. jejich výsledky je možno v daném kontextu považovat za správné
- Metoda inverzního vážení plochou se ukazuje jako velmi úspěšná pro některá data, rovněž vizuálně jsou její výsledky velmi dobré
- Myšlenka této metody možná není zcela ideálně realizována zavedeným vztahem, což může být důvod proč metoda nedává nejlepší výsledky pro pravidelně vzorkovaná data
- Úkolem do budoucna je převést implementaci do podoby DLL knihovny, kterou by bylo možno použít i v programech napsaných v jiných jazycích než Object Pascal
- Metoda srovnávání jasových úrovní se ukázala jako nedostatečná pro porovnání vizuální kvality jednotlivých metod. Bude zřejmě nutno zavést jinou metodu, která by zohlednila především přítomnost hran v obrázku, na něž je lidské oko velmi citlivé

Dotazy???

http://home.zcu.cz/~lvasa/apg

- Použité zdroje:

[1] **Gouraud, H**.: *Continuous Shading of Curved Surfaces*, IEEE Transactions on Computers, Vol. 20, No. 6, pp. 623-629, June 1971

[2] **Hill, F. S**.: *Computer graphics using OpenGL*, Upper Saddle River: Prentice Hall, 2001

[3] **Jirka, T**.: *Vertex Normal Computation*, research paper, zatím nevydán

[4] **Max, N.**: *Weights for computing vertex normals from facet normals*, Journal of Graphics Tools, 4(2):1-6, 1999

[5] **Rektorys, K.**: *Přehled užité matematiky*, SNTL 1968